Совершенствование методов равновероятностной выборки и технологии расчета предельных ошибок в монетарной выборке

Ганьшин А.В., аспирант, Финансовый университет
при Правительстве РФ, Москва, Россия

Аннотация. В статье рассматриваются пути повышения эффективности аудиторской выборки, путем предложения статистической модели равновероятностной выборки, которая позволяет более эффективно обнаруживать искажения, при оптимальном объеме выборочных процедур, а также предложены практические методы расчета методов оценки монетарной выборки позволяющие повысить эффективность аудиторской проверки.

Ключевые слова: критерий Пирсона, монетарная выборка, «границы Стрингера», «полиномиальные границы», расчетные алгоритмы методов монетарной выборки.

The improvement of classical sampling methods and computation technologies for upper error bounds in monetary-unit sampling

Ganshin A.V., Postgraduate Student of Financial University
under the Government of the Russian Federation, Moscow, Russia

Annotation. In this article, examined the ways to improve the efficiency of the audit sampling by proposing a statistical model that allows more efficient detection of misstatement, with optimal cost of sampling procedures. There are also suggested practical computational methods for estimating methods of monetary-unit sampling, which make it possible to increase the effectiveness of the audit.

Keywords: Pearson's chi-squared test, monetary-unit sampling, Stringer bounds, multinomial bounds, computational algorithms for monetary-unit sampling methods.

Существует две основные проблемы для аудитора, который применяет статистическую выборку. Первая проблема заключается в том, что аудитор должен оценить объем выборки, а другая состоит в том, какие элементы генеральной совокупности попадут в эту выборку. От этих двух факторов во многом будут зависеть выводы аудитора по результатам аудиторской проверки. Для оценки объема выборочных процедур аудитор может использовать

– статистическую модель по определению объема С. Хеймана Д. Чесли [7];

– метод Ричарда Ридиллы [16];

– формулу для объема выборки, которая выражается из доверительного интервала с учетом фактора конечно корректировки:

$$n = \frac{1}{\frac{TE^2}{N^2 z_{\alpha/2}^2 \hat{\sigma}^2} + \frac{1}{N}} \qquad (1)$$

При создании данной модели мы связали выборочные интервалы, с соответствующими интервалами генеральной совокупности для отбора дополнительных элементов, таким образом, чтобы выводы о генеральной совокупности были более точными, и в тоже время это давало бы возможность сократить аудиторские процедуры. Данная модель аудиторской выборки может быть полезна при проверке статей бухгалтерского баланса, счетов прибыли и убытков, доходов и расходов, счетов продаж и др. Суть предлагаемой модели равновероятностной статистической выборки заключается в разбиении генеральной совокупности, и впоследствии выборочной на взаимосвязанные интервалы. После этого аудитор производит первоначальный отбор элементов и их проверку из генеральной совокупности, причем этот отбор должен быть небольшим, порядка 30 элементов. Затем аудитор применяет χ2-тест (критерий согласия Пирсона) для сравнения эмпирических и теоретических частот в наблюдаемых интервалах выборочной совокупности [14]. Это позволяет проверить соответствует ли выборочная совокупность нормальному распределению, а также определить интервал (интервалы) где критерий χ2 варьируется больше всего. Это означает что в этом интервале наибольшее расхождение между теоретическими и эмпирическими частотами, и в данном интервале более высокий риск наличия искажений элементов генеральной совокупности. Применяя предлагаемую модель равновероятностной статистической выборки, аудитор делает акцент на отбор дополнительных элементов на интервалах, где больший риск наличия искажений. Таким образом, аудитор производит многоэтапную стратифицированную выборку применяя $\chi 2$-тест, с обоснованным статистическим отбором дополнительных элементов до тех пор, пока выборочная совокупность не будет соответствовать нормальному распределению, а также до получения надежной оценки результатов выборки, которая в большинстве случаев должна быть равна или быть ниже уровня существенности. Но в случае обнаружения существенных искажений аудитору следует выяснить причины появления таких искажений, в этом случае возможно применение логической выборки и других аналитических процедур. Предлагаемый алгоритм иллюстрирован на рисунке 1.

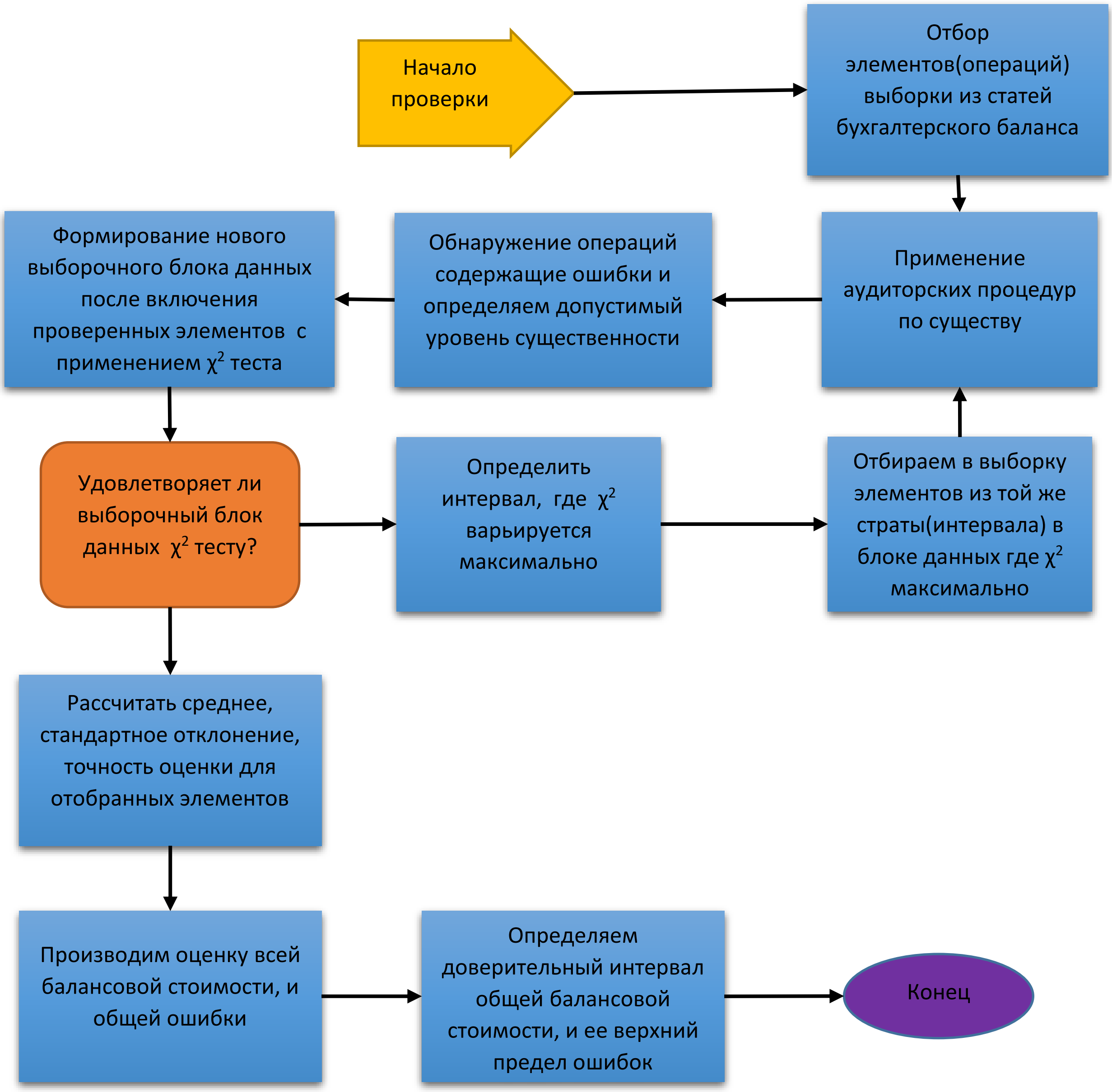

Рис. 1 – Алгоритм

В классической равновероятностной выборке используется в основном четыре вида метода оценки такие, как:

– оценка среднего на единицу;
– разностная оценка;
– оценка отношения [6];
– регрессионная оценка [8].

Чтобы модель была эффективна, аудитор должен заключать свои выводы обоснованно, достаточно точно и научно. Всегда можно получить более точные выводы, если увеличить размер выборки.

Точность оценки может быть вычислена, используя следующую формулу

$$Pr = Z * SE * N\sqrt{\frac{N-n}{N}} \tag{2}$$

С шириной двустороннего интервала точности $(Ba - Pr, Ba + Pr)$, тогда длина интервала будет $\big(Ba + Pr - (Ba - Pr)\big) = 2Pr.$

Интервал точности может быть сужен, если мы увеличим размер выборки, но при следующих двух условиях:

– новые элементы выборки должны быть в диапазоне размаха вариации;

– расширенная выборка будет соответствовать нормальному распределению.

Подставляя стандартную ошибку в уравнение (2), получаем

$$Pr_1 = Z * \frac{\sigma_1}{\sqrt{n_1}} * N\sqrt{\frac{N-n_1}{N}} = Z * \sigma_1 * \sqrt{N} * \sqrt{\frac{N-n_1}{n_1}}$$

Расширяем выборку и берем дополнительные элементы n_2. Тогда полное количество элементов будет $n_1 + n_2$.

$$Pr_2 = Z * \sigma_2 * \sqrt{N} * \sqrt{\frac{N-(n_1+n_2)}{n_1+n_2}}$$

$$\frac{Pr_2}{Pr_1} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} * \sqrt{\frac{N-(n_1+n_2)}{n_1+n_2} * \frac{n_1}{N-n_1}} = \sqrt{\frac{N-(n_1+n_2)}{N-n_1} * \frac{n_1}{n_1+n_2}}$$

Очевидно, что

$$n_1 < n_1 + n_2$$

$$\frac{n_1}{n_1+n_2} < 1$$

$$n_1 + n_2 > n_1$$

$$-(n_1 + n_2) < -n_1$$

$$N-(n_1+n_2) < N-n_1$$

$$\frac{N-(n_1+n_2)}{N-n_1} < 1$$

Выборочные стандартные отклонения будут представлены в следующем виде:

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1}(X_i-\bar{X})^2}$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{1}{n_1+n_2}\sum_{i=1}^{n_1+n_1}(X_i-\bar{X})^2}$$

С одной стороны

$$\sum_{i=1}^{n_1}(X_i-\bar{X})^2 < \sum_{i=1}^{n_1+n_1}(X_i-\bar{X})^2$$

С другой

$$\frac{1}{n_1} > \frac{1}{n_1+n_2}$$

Знаменатель будет больше числителя, только в том случае, если добавочные элементы в расширенную выборку не будут выходить за размах вариации, и эта выборка будет соответствовать нормальному распределению, а должен быть достаточный объем выборки. При выполнении этих двух условий, получим тогда

$$\sigma_2 < \sigma_1$$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} < 1$$

Объединяя эти неравенства, получаем

$$\frac{Pr_2}{Pr_1} < 1$$

Следовательно, интервал точности будет сужен, если мы будем брать дополнительные элементы в выборку. Отсюда мы получим более точную оценку.

$$\frac{1}{\sqrt{n_1 + n_2}} < \frac{1}{\sqrt{n_1}}$$

$$\frac{\sigma_2}{\sqrt{n_1 + n_2}} < \frac{\sigma_1}{\sqrt{n_1}}$$

Отсюда стандартная ошибка выборочного среднего будет меньше после включения дополнительных элементов

$$SE_2 < SE_1$$

Однако, чем больше элементов в выборке, тем больше ресурсов и времени потратит аудитор. Предполагается, что аудитор оптимизирует доступные ресурсы.

Стандартная ошибка – это оценка того, насколько близка средняя генеральной совокупности к среднему выборочной совокупности, из приведенных выше результатов, очевидно, что стандартная ошибка после добавление дополнительных элементов совокупности уменьшается по сравнению с первоначальной стандартной ошибкой. Следовательно, это улучшает как оценку оценка среднего, так и оценку общей стоимости совокупности и ее общей ошибки путем включения дополнительных элементов в выборку.

Выводы аудитора от использования этой модели зависят от того, какие элементы попадут в выборку. Отбирая элементы в том же интервале, мы способствуем тому, чтобы результаты аудиторской выборки были бы более точными. Т.е. в данном случае аудитор должен отбирать дополнительные элементы выборки из интервалов, где вероятно больше отклонений, чтобы сделать более объективные выводы. Предлагаемая модель позволяет сократить объемы выборочных процедур, так как для получения тех же результатов оценки, отбирая элементы случайно, потребуется значительно больший объем выборки.

В определенных случаях некоторые операции не могут входить в рамки нормального распределения, и в этом случае предлагаемая модель не может быть применена. Предлагаемая нами модель не может быть применима:

– в случаях, когда элементы совокупности не могут входить в рамки нормального распределения;

– для совокупностей, состоящих из идентичных (практически одинаковых по стоимости) элементов;

– когда высок риск мошенничества, и, как следствие, ошибки вероятно не будут случайны.

При высоком риске мошенничества, в том случае, когда у аудитора есть предположение, что ошибки не распределены по всей совокупности, а находятся в определённых зонах бухгалтерской отчетности. В этом случае более эффективно и менее ресурсозатратно может быть использование логической выборки при проведении аудиторской проверки[1]. Тем ни менее, при некоторых видах мошенничества ошибки распределены по всей совокупности и имеют характер накопленной существенности, применение предлагаемой модели равновероятностной статистической выборки будет более эффективно в сравнение с простой случайной или систематической выборкой.

Методы традиционной статистической равновероятностной выборки достаточно хорошо освещены российскими и зарубежными исследователями для применения их в аудиторской выборочной проверке. Помимо равновероятностной выборки аудитор может отбирать элементы пропорционально их размеру, в этом случае совокупность становится достаточно неоднородная, применяя традиционные методы оценки, аудитору скорее всего придется применять разностную стратифицированную оценку для определения верхнего предела ошибок, что приведет к значительному увеличению объёма выборочных процедур и отбору менее существенных операций. Без стратификации, оценка общей ошибки может быть существенно выше уровня допустимой ошибки. В этом случае теряется вся суть монетарного выборочного исследования, которая заключается в акценте на отбор элементов пропорционально их стоимости, и возможностью работать с неоднородными совокупностями. И как результат, в значительном сокращении объема выборочных процедур. При использовании монетарного метода оценки

$$D_{dus} = \frac{Y}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{Y_{\text{выб } i} - X_{\text{выб } i}}{Y_{\text{выб } i}} = Y\bar{t} \qquad (2)$$

дисперсия данной оценки $\sigma_D = Y(Y-n)/n \cdot \sigma_t^2$ может быть недооценена из за переоценённой корреляции, между учетными и проверенными значениями элементов выборки [17]. Как результат, аудитор получает ненадежную оценку общей ошибки. По этой причине аудитор должен рассмотреть более надежные методы оценки при использовании монетарной выборки. В англосаксонской системе учета и многих странах Евросоюза достаточно часто используют метод по оценке предельной ошибки предложенный К. Стрингером, причем его упрощенный вариант с «аппроксимацией Пуассона», который менее точен, но относительно проще в расчетах, чем данный метод, основанный на биноминальном распределении [2,18]. Верхний предел ошибок, для коэффициентов искажений, разных по знаку (для ошибок завышения и занижения учетных значений), должны быть сгруппированы и рассчитаны раздельно. Существуют методы оценки, в монетарные выборки, которые позволяют производить оценки одновременно с ошибками завышения и занижения учетных значений, такие как:

– метод оценки по методу моментов гамма-распределения предложенный Л. Двориным и Р.А. Гримлундом [3],

– байесовский метод оценки основанный на распределение Дирихле предложенный Кам-Вах Цуйем, М.Э. Мацумурой и Квок-Леунг Цуйем в 1985 году [19] и усовершенствованном версия этого же метода М.Э. Мацумурой, предложенная К.В. Цуйем и В.К. Вонгом в 1991, что позволяет работать одновременно с положительными и отрицательными коэффициентами искажений [10].

– квазибайесовский метод предложенный Д. МакКрэйем [11].

Однако такое разделение не лишено смысла. И такое разделение присутствует в большинстве методов оценки монетарной выборки, в том числе для «Границ Стрингера». Среднее искажение, может быть близко к нулю, однако при группировке таких искажений для ошибок завышения и занижения учетных значений, они могут быть выше уровня существенности. «Границы Стрингера» определяются по следующей формуле:

$$UB_{string} = \frac{Y}{n}\left(C_{0;1-\beta} + \sum_{i=1}^{m} t_i\left(C_{i;1-\beta} - C_{i-1;1-\beta}\right)\right) \qquad (3)$$

где $C_{i;\beta}$ – коэффициент надежности в зависимости от принятого выборочного риска кажущейся достоверности. Y объем монетарной совокупности, а $Y/n = h$ выборочный интервал, t_i коэффициент искажения, причем $t_1 \geq t_2 \geq \cdots \geq t_m$. Аппроксимация Пуассона дает возможность использования универсальный таблицы коэффициентов надежности, в зависимости от риска кажущейся достоверности. Коэффициенты надежности могут быть найдены путем решения данного уравнения $\sum_{j=0}^{m} e^{-C_m} \cdot \frac{C_m^j}{j!} = \beta$ для каждого коэффициента надежности. «Границы Стрингера» основанные на биномиальном распределении, позволяют получить более точную оценку.

$$UB = Yp_{0;1-\beta} + Y\sum_{m=1}^{k}\left(p_{m;1-\beta} - p_{m-1;1-\beta}\right)t_m \qquad (4)$$

где $t_1 \geq t_2 \geq \cdots \geq t_m$ и $p_{m;1-\beta} = \sum_{i=0}^{m} \frac{n!}{m!(n-m)!} p^m (1-p)^{n-k} = \beta$ – граница одностороннего доверительного интервала уровня значимости $1-\beta$ для вероятности p наличия ошибки. При использовании данного варианта «границ Стрингера» невозможно создать универсальную таблицу для расчетов, так как результаты будут зависеть от объема монетарной выборки. Для нахождения верхнего предела ошибки используя «границы Стрингера» использующие биноминальное распределение, аудитору придется решить биноминальное уравнение для каждого $p_{m;1-\beta}$. В программе MS Excel данную процедуру сделать невозможно, по крайней мере, стандартными средствами без написания специальных макросов. По причине того, что многие методы оценки в монетарной выборке основаны на более сложном математическом аппарате, аудитору необходима простая и удобная автоматизация в этих расчётах, в специальной программе, которая была бы по простоте использования такая же, как MS Excel, но при этом обладала бы большими расчетными возможностями. Данными возможностями обладает программа «Wolfram Mathematica». В аналогичном пакете «MathLab» будет гораздо сложнее создать эффективные расчетные алгоритмы методов оценки монетарной выборки, так как это потребует хорошего знания языка программирования C/C++. В тоже время программе «Wolfram Mathematica» используются функции, которые по сложности понимания и освоения не превышают сложность расчетных функций программы Excel. Базового курса высшей математики, который был получен аудитором еще в институте, будет вполне достаточно для понимания и освоения программы «Wolfram Mathematica».

Для примера, предположим, что объем выборки n=60, и обнаружены три коэффициента искажения (ошибки на монетарную единицу) 0.10, 0.20, 0.25, при риске кажущейся недостоверности 5%. Тогда составим следующий расчётный алгоритм для «границ Стрингера» основанном на биноминальном распределении.

```
Clear["Global`*"]
f[m_] := (p1 /.
     First@NSolve[
       Sum[PDF[BinomialDistribution[n, p1], i], {i, 0, m}] == a &&
        1 >= p1 >= 0, p1]) - (If[m == 0, 0, 1])*(z1 /.
      First@NSolve[
        Sum[PDF[BinomialDistribution[n, z1], i], {i, 0,
            m - 1 + If[m == 0, 1, 0]}] == a && 1 >= z1 >= 0, z1]);
Y = 10000000;
a = 1/20;
n = 60;
t = Sort[{0.10, 0.20, 0.25}, Greater]
m = Length[t];
u = Y (f[0] + Total[Table[t[[x]] f[x], {x, m}]])
```

Тогда расчетное значение верхнего предела ошибок будет 629 015 рублей. Рядом авторов отмечно, что можно получить более точную оценку верхнего предела ошибки используя другие методы оценки в монетарной выборке [13]. «Границы Стрингера» вычисляет верхнюю границу общей денежной ошибки, которая учитывает величину ошибок и не требует каких-либо предположений о распределении ошибок. Границы предельной ошибки на основе полиномиального распределения также обладает этими свойствами, но эти границы имеют свойства распределения вероятности. Эта оценка была впервые описана С.Э. Фиенбергом, Д. Нетером и Р.А Лейчем в 1977 году [12]. Данный метод подходит для оценки искажений противоположенных по знаку, но при этом они группируются и рассчитываются раздельно. В данном методе каждый рубль разбивается в 101 категорию соответствующей величине ошибки в копейках на каждый рубль. Каждый коэффициент искажений округлен в большую сторону и отсортирован в порядке возрастания, если ошибок не обнаружено, то выборочная единица помещается в «ноль-копеечную» категорию. Иначе говоря, для каждой 0,1,2, …,100 категории соответствует свой коэффициент искажения 0, 0.01, 0.02, …,1. Вероятность ошибки для каждой категории $0 \leq p_i < 1$, а сумма всех вероятностей $\sum p_i = 1$.

Для оценки предельной ошибки, с учетом того, что аудитор не знает истинных вероятностей, нужно найти верхнюю доверительную границу для $Max\ D_{mul}$, во множестве всех возможных исходов ошибок S. Для определения верхнего предела ошибок аудитор должен максимизировать следующую целевую функцию, зависящую от многих p_i.

$$Max\ D_{mul} = \frac{Y}{100}\sum_{i=1}^{100} ip_i \qquad (4)$$

При следующих условиях $\sum_S \frac{n!}{z_0! z_1! \dots z_{100}!} \prod_{i=100}^{100} p_i^{z_i} = \alpha, \quad p_i \geq 0 \quad i = 0,1, \dots ,100, \sum_{i=0}^{100} p_i = 1$. Также как и для «границ Стрингера», искажения которые разные по знаку группируются и рассчитываются раздельно, а также сравниваются с уровнем существенности.

Матрица исходов ошибок S определяется следующим образом.

– она не содержит исходов возможных ошибок, больше чем количество ошибок, наблюдаемое в выборке;

– множество S содержит те же ошибки, что и выборочная совокупность.

– множество S не содержит исходов, превышающих сумму ошибок в выборочной совокупности, суммирование происходит от самой крупной ошибки с добавлением более малых, с возрастанием возможных исходов по матрице. Т.е. $d_m \geq \cdots \geq d_2 \geq d_1$ и для одной ошибки сумма всех ошибок по исходам не должная превышать d_m, для двух $d_m + d_{m-1}$, для трех $d_m + d_{m-1} + d_{m-2}$ и т.д.

И тут для аудитора возникают две сложности, применяя «Полиноминальные границы» как метод оценки, в монетарной выборке которые заключаются в:

– составление матрицы всех возможных исходов ошибок, которые удовлетворяют трем, выше описанным, условиям,

– нахождение максимума целевой функции, которая определяет зависимость оценки искажений от вероятностей p_i.

Матрица возможных исходов ошибок становится значительно сложнее с возрастанием числа коэффициентов искажений, причём их размер зависит от этих значений, поэтому нельзя создать универсальные таблицы, так как они будут зависеть от значений этих коэффициентов искажений. Когда значения ошибок имеют неравные значения, количество исходов значительно сокращается. Тем ни менее, можно показать, как возрастает количество исходов в зависимости от количества одинаковых коэффициентов искажений – результаты, рассчитанные по нашему алгоритму представлены в таблице 1.

Количество одинаковых значений коэффициента искажений	**Количество всех возможных исходов (строк матрицы)**
0	1
1	2
2	6
3	20
4	70
5	252
6	924
7	3432
8	12 870
9	48 620
10	184 756
11	705 432
12	2 704 156
13	10 400 600

Поэтому даже для случая с четырьмя ошибками на монетарную единицу составление матрицы вручную представляется сложной задачей, при которой можно допустить ошибку, поэтому генерации всех возможных исходов оценки нуждается в автоматизации. Для этого мы разработали алгоритм генерации возможных исходов ошибок, который можно представить на рисунке 1.

Рис. 1 – Алгоритм генерации возможных исходов ошибок

Для решения данных проблем мы предлагаем эффективный универсальный алгоритм, который справится с любым количеством ошибок. Различия от количества обнаруженных коэффициентов искажений для предлагаемого расчетного алгоритма генерации матрицы всех возможных исходов ошибок, будут лишь в логической функции с условиями для удаления лишних строк из матрицы. При большем количестве ошибок потребуется лишь дописать аналогичные условия в логическую функцию, которая является условием для удаления строк матрицы, чья сумма коэффициентов искажений превышает сумму наблюдаемых коэффициентов искажений, полученных из выборочного наблюдения проверяемой совокупности.

```
Clear["Global`*"]
Y = 10000000;
n = 60;
t = Sort[{20, 25}];(*коэффициенты искажений*)
bb = 1/20;(*заданная вероятность риска 5% кажущейся достоверности*)
vv = Length[t];(*количество коэффициентов искажений*)
v0 = vv +
   1;(*добавление столбца матрицы, который определяет сумму ошибок по строкам*)
v1 = Table[t[[x]], {x, vv}];(*значения ошибок*)
v2[sum_] := Total[Table[If[sum >= x, 1, 0] t[[vv + 1 - x]], {x, vv}]];
(*логическая функция с условиями для удаления лишних строк матрицы всех возможных исходов ошибок*)
h[sum_] :=
  v1 # & /@
   Flatten[Permutations /@
     IntegerPartitions[sum, {vv}, Range[0, sum]], 1];
(*определение функции генерации исходов ошибок*)
g[sum_] :=
  Select[Join[h[sum], List /@ Total[h[sum], {2}],
    2], #[[v0]] <= v2[sum] &];
(*определение функции, добавляющий столбец суммы ошибок по строкам*)
f[sum_] :=
  Join[List /@ Table[n - sum, Length[g[sum]]], g[sum], 2] //
   MatrixForm;
(*определение функции удаления строк матрицы несоответствующим условиям*)
matx = Join[Sequence @@ Table[f[x], {x, 0, vv}], 2];
(*сборка матрицы*)
list0 = matx[[1, All, 1 ;; 1]];
list1 = 1/t[[1]] matx[[1, All, 2 ;; 2]];
list2 = 1/t[[2]] matx[[1, All, 3 ;; 3]];
list100 = 0*matx[[1, All, 4 ;; 4]];
(*разбиение матрицы на столбцы, и обратное деление ее исходов ошибок на их коэффициенты искажений*)
```

Следующий шаг — это нахождение максимума выражения 4. Искомые вероятности при целевой функции, зависящей от многих p_i, можно найти несколькими способами используя программу «Wolfram Mathematica»:

1) С помощью функции программы «Математика» NMaxinize [20]
2) С помощью уравнений Куна-Таккера [5].
3) С помощью «множественного случайного поиска» [4].
4) С помощью функции FindMaximun, зная приблизительные начальные (стартовые) значения для поиска вероятностей [20].

С возрастанием количества ошибок, от трех ошибок и выше, эффективным решением является «множественный случайный поиск» в комбинации с функцией FindMaximun. Это позволяет обеспечить достоверные результаты расчетов, функция FindMaximun используется как проверочная функция для обнаружения локального максимума с начальными значениями поиска вероятностей полученных от «множественного случайного поиска» при определении максимума целевой функции. При еще большем обнаружение количества ошибок, аудитору следует использовать модифицированную матрицу исходов ошибок [9]. В ущерб небольшой потери точности оценки, это позволяет значительно оптимизировать вычисления. Предположим, что проверяется совокупность общей балансовой стоимостью 10 000 000 денежных единиц, объем монетарной выборки равен 60 монетарных единиц, и найдены две ошибки (два коэффициента искажений) в размере 20, 25 копеек на каждую монетарную единицу. Для этого случая будет вполне достаточно использовать первый метод расчета с учетом сгенерированной матрицы исходов ошибок

Найденные ошибки	$\boldsymbol{d_0}$		$\boldsymbol{d_1}$		**Полная ошибка**	**Соответствующие полиномиальное выражение**
Ошибка в копейках	0	20	25	100		
Число возможно исходов ошибок	z_0	z_{25}	z_{75}	z_{100}		
0 Ошибок	n	0	0	0	0	p_0^n
1 Ошибка	$n-1$	1	0	0	20	$np_0^{n-1}p_{10}$
	$n-1$	0	1	0	25	$np_0^{n-1}p_{10}$
2 Ошибки	$n-2$	2	0	0	40	$n(n-1)/2 \cdot p_0^{n-2}p_{25}^2$
	$n-2$	1	1	0	45	$n(n-1)p_0^{n-2}p_{25}p_{75}$

Используя следующий расчётный алгоритм для нахождения максимума целевой функции:

```
d = Total[Sum[n!/(z0!*z1!*z2!*z100!)*p0^z0*p1^z1*p2^z2*p100^z100,
    {z0, {list0}}, {z1, {list1}}, {z2, {list2}}, {z100, {list100}}]];
r = Reduce[
   p0 + p1 + p100 + p2 == 1 && p0 >= 0 && p1 >= 0 && p2 >= 0 &&
    p100 >= 0 && (Sequence @@ d) == bb, {p0, p1, p2, p100}, Reals,
   Backsubstitution -> True];
q = NMaximize[{(1/100)*Y*(t[[1]]*p1 + t[[2]]*p2  + 100*p100),
    r}, {p0, p1, p2, p100}] // Quiet
```

Получаем следующие значения максимума целевой функции 506272 рублей, при p_0 →0.936496, p_{20} →0.0142153, p_{25} →0.00200587, p_{100} →0.0472827. Программа «Wolfram Mathematica» была применена, как самый простой вариант практического применения методов оценки искажений в монетарной выборке так, как в настоящие время пока не разработаны специальные аудиторские программы на подобие «IT Audit» для решения поставленных задач. Программа «Wolfram Mathematica» достаточно проста в освоение, интерфейс интуитивно понятен, более того аудитору можно и не знать всех ее тонкостей, достаточно иметь готовые алгоритмы в рамках определенного регламента по аудиторской выборке, в этом случае аудитору достаточно ввести значение ошибок для получения результатов расчета предельной ошибки. Данная программа позволяет обосновать применение многих методов оценки на практике, в противном случае нельзя обосновать то, что не имеет практического применения. Важно отметить, для решения части поставленных задач, в «Excel» нет возможности найти максимум «полиномиальных границ», нельзя решить уравнение биномиального распределения для «границ Стрингера», по расчету в программе Microsoft Excel, потребуется написание специальных макросов на языке Visual Basic for Applications, что будет значительно сложнее для аудитора, так как это уже настоящий язык программирования, чем расчет в программе «Mathematica», где команды алгоритма схоже с функциями программы «Excel» которые интуитивно понятны. Программа «Wolfram Mathematica» может быть программой нового поколения практикующего аудитора. Были времена, когда не было даже калькулятора для расчетов, а ревизионная проверка была; не было прикладных программ по ведению бухгалтерского учета, вместо нее была «Главная книга учета». И во времена, когда не было прикладных программ по ведению бухгалтерского учета, он проводился тоже весьма эффективно, но более трудозатратно. Бухгалтерский учет велся вручную на соответствующих регистрах бухгалтерского учета. Иначе говоря, используя методы монетарной выборки, под монетарной выборкой мы подразумеваем не только отбор элементов, но и их оценку, аудитору так или иначе придется столкнуться с оценкой искажений. Конечно, можно воспользоваться достаточно известными «границами Стрингера», но они дают относительно завышенный результат по оценки общей ошибки, чем она есть на самом деле, что приведет к дополнительной трате выборочного ресурса, в то время, можно воспользоваться альтернативными методами для получения более точных результатов, что повлияет на объем выборочных процедур.

Библиографический список

1. Ганьшин А.В. Использование статистических и нестатистических методов выборочного отбора при применении российскими аудиторами МСА // Бухучет в строительных организациях. 2017. № 3. С. 59-70.
2. American Institute of Certified Public Accountants (AICPA), Auditing and Accounting Guide, Audit Sampling, 2001.
3. Dworin, L. and Grimlund, R. A. 1984. Dollar Unit Sampling for Accounts Receivables and Inventory. The Accounting Review, Vol. 59, pp218-241.
4. Frank J. Kampas. Global optimization with Parametric IPOPT Minimize [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://community.wolfram.com/groups/-/m/t/1164680.
5. Frank J. Kampas. Using Reduce To Solve The Kuhn-Tucker Equations. The Mathematica Journal Vol.9, Issue 4.
6. Frost, P.A. and H. Tamura (1982), ‘Jackknifed ratio estimation in statistical auditing’, Journal of Accounting Research 20, 103–120.
7. Heimann,S.R.,& Chesley,G.R.(1977).Audit Sample Sizes for Aggregated Statement Accounts. Journal of Accounting Research,15(2),193-206.
8. Kleijnen, J.P.C., J. Kriens, H. Timmermans and H. Van den Wildenberg (1988), Regression sampling in statistical auditing, FEW 306, University of Tilburg.
9. Leitch, R.A., Neter, J., Plante, R. and Sinha, P. 1982. Modified Multinomial Bounds for Larger Number of errors in Audits. The Accounting Review, Vol.57, No.2, pp 384-400.

10. Matsumura, E.M., K.W. Tsui and W.K. Wong (1990), ‘An extended multinomialDirichlet model for error bounds for dollar-unit sampling’, Contemporary Accounting Research 6, 485–500.

11. McCray, J.H. 1984. A Quasi-Bayesian audit Risk Model for Dollar Unit Sampling. The Accounting Review, Vol. 59, No. 1.

12. Neter, J., Leitch, R.A. and Fienberg, S.E. 1978. Dollar Unit Sampling: Multinomial Bounds for Total Overstatement and Understatement Errors. The Accounting Review, Vol. 53, pp 77-93.

13. Panel on nonstandard mixtures of distributions. Statistical models and analysis in auditing. Statistical Science, 4:2–33, 1989.

14. Plackett, R. L. (1983). Karl Pearson and the Chi-Squared Test. International Statistical Review. International Statistical Institute (ISI). 51 (1): 59–72.

15. Plante, R., J. Neter and R.A. Leitch (1985), ‘Comparative performance of multinomial, cell, and Stringer bounds’, Auditing: A Journal of Practice & Theory 5, 40–56.

16. Ridilla, R.A. (1960).A Simplified Statistical Technique for Use in Verifying Accounts Receivable. Accounting Review, 35(2), 218.

17. Rohrbach, K.J. (1993), ‘Variance augmentation to achieve nominal coverage probability in sampling from audit populations’, Auditing: A Journal of Practice & Theory 12, 79–97.

18. Stringer, K.W. 1963. Practical Aspects of Statistical Auditing. In: Preceeding of Business and Economic Statistics Section of the American Statistical Association, pp 405-411.

19. Tsui Kam-Wah, Matsumura, E.M. and Tsui Kwok-Leung 1985. Multinomial-Dirichlet bounds for Dollar-Unit Sampling in Auditing. The Accounting Review, Vol.60, pp 76-96.

20. Wolfram Language & System Documentation Center [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://reference.wolfram.com/language/.