

## ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КРЕДИТНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ С УЧЕТОМ СИСТЕМЫ НАЛОГООБЛОЖЕНИЯ В РФ

Банковская система является сложнейшим ключевым звеном экономики, поскольку от эффективности ее функционирования, в значительной мере зависит эффективность работы хозяйствующих субъектов. Именно это обстоятельство определяет необходимость разработки математических моделей, позволяющих адекватно оценивать и прогнозировать ее деятельность.

Главный элемент математической модели - экономический агент – типовая экономическая структура. Он наделен определенным набором функций, поэтому принято говорить об «информированности», «поведении», «взаимодействиях» экономических агентов. В зависимости от задачи исследования рассматривается конечное множество экономических агентов. Состояние каждого из них задаётся наборами материальных активов (запасы ресурсов, производственный капитал) и финансовых инструментов (финансовые запасы, объёмы выданных и взятых ссуд).

Поведение агентов определяется конъюнктурой рынка и различными внешними воздействиями (механизмами государственного регулирования, общемировыми тенденциями и т.д.). Переменные состояния изменяются в силу уравнений материальных и финансовых балансов. Уравнения материальных балансов описывают изменение запасов ресурсов вследствие производства, потребления и обмена между агентами. Материальные запасы измеряются их стоимостью в неизменных ценах. Уравнения финансовых балансов описывают изменение запасов денег вследствие платежей за полученные и отданные в обмен ресурсы; переводов, связанных с выплатами дивидендов, налогов, пенсий, дотаций; операций заимствования и т.д.

Качество модели напрямую зависит от того, насколько адекватно отражаются реальные экономические отношения. Описания строятся на основе гипотез, которые возникают как результат системного анализа социально-экономических структур, сложившихся в стране или регионе в данный период времени. Поведение и взаимодействия агентов моделируют механизмы регулирования производства, распределения и потребления благ в реальной экономике. Поэтому если социально-экономические структуры трансформируются, модель надо перестраивать.

Поведение агента предполагается рациональным и соответствующим его экономическому интересу, который выражается оценкой результатов будущей деятельности. Информированность агента – его прогноз будущей конъюнктуры, выражаемой информационными переменными, заданными как функции времени. По такой схеме поведение агента формализуется решением задачи оптимального управления на периоде планирования. Это - задача на максимум показателя, выражающего экономический интерес агента, при ограничениях на активы и пассивы, которые задаются балансовыми уравне-

ниями и ограничениями на способы действий. Они содержат информационные переменные, потому поведение задано функциями, зависящими от информационных переменных и времени.

Планы контрагентов содержат одни и те же переменные (количество обмениваемых ресурсов или суммы денежных переводов), но планы не обязаны совпадать. Однако предполагается, что в результате обменов информацией агенты согласуют планы. В модели согласование планов представлено взаимодействиями агентов - соотношениями, из которых определяются значения информационных переменных, обеспечивающие совпадения значений общих переменных в разных планах. Это - равновесие планов агентов на заданном интервале времени.

Интерес агента оценивается результатами его будущей деятельности, поэтому, планируя её, он прогнозирует значения информационных переменных. На практике модели нужны, чтобы помочь субъектам экономики прогнозировать информационные переменные, а чтобы построить модели, надо знать, как эти субъекты прогнозируют будущую конъюнктуру. Этот парадокс давно обсуждается в мировой экономической науке, но дискуссии далеки от завершения. Мы его разрешили радикально - приняли в самой сильной форме известный в экономической науке принцип рациональных ожиданий. Предполагаем, что все агенты точно прогнозируют информационные переменные на период планирования. Только такое предположение даёт возможность строить самосогласованные детерминированные модели, другие предположения означали бы, что мы исследуем систематические ошибки в прогнозах агентов. Есть агенты, поведение которых нельзя объяснить принципом рациональности. Это - Центральный банк, государство. Их поведение мы задаём параметрами макроэкономической политики.

Смоделировав поведение и взаимодействия одних агентов, задав сценарий поведения других и экзогенные переменные, мы замыкаем систему уравнений во времени. Если задать начальное состояние экономики, то можно рассчитать согласованные моделью временные ряды макроэкономических показателей в реальном и номинальном выражениях. Они характеризуют макроэкономические последствия реализации концепции или государственной программы, положения которой явным образом были заложены в модель и сценарий.

Идентификация параметров и верификация модели выполняются по статистическим данным о состоянии экономики на предшествующем периоде времени и по сценарию, который отражает макроэкономическую политику того периода. Необходимо сопоставлять результаты моделирования с данными об объекте моделирования, надо, чтобы модель хорошо воспроизводила данные, но этого недостаточно. Модель должна воспроизводить разные качественные особенности состояния моделируемой системы. Это даёт уверенность в том, что она верно описывает внутренние механизмы регулирования экономических процессов.

В этой связи становится актуальным решение задачи построения мате-

матической модели коммерческого банка, позволяющей прогнозировать изменение во времени основных параметров состояния с учетом начальных условий и принимаемых менеджментом решений об условиях осуществления финансовых сделок.

Одним из основных видов деятельности кредитного учреждения, обеспечивающих получение прибыли, является кредитование юридических и физических лиц. Коммерческий банк в рамках реализации своей цели может взаимодействовать как с Центральным банком Российской Федерации, так и с другими коммерческими кредитными учреждениями. Очевидно, что принципиально возможны две основные схемы кредитования контрагентов:

- схема погашения кредита равными долями  $\Delta K$  и равномерная выплата процентов по оставшейся непогашенной части кредита  $sK$ ;
- схема погашения кредита и процентов по кредиту по его итогу при условии равномерного начисления процентов по кредиту.

Как следствие, модель кредитно-депозитной политики банка представляет основные финансовые показатели деятельности в динамике. Поскольку объектом и продуктом банковской деятельности являются денежные средства, то указанная модель должна отображать движение финансовых потоков операционной деятельности банка и указывать на связь между параметрами и показателями эффективности его функционирования.

Формируя банковские пассивы путем привлечения межбанковских ссуд, текущих счетов и депозитов физических и юридических лиц, создавая в дальнейшем на этой основе рабочий портфель активов, банк стремится решить две стратегические задачи:

- создавать и поддерживать сбалансированный и согласованный по срокам возвращения поток денежных средств, не рискованный для банковской ликвидности;
- максимально эффективно использовать привлеченные средства, вкладывая деньги в проекты с достаточным уровнем рентабельности, то есть не выходя за пределы рисков, которые банк готов на себя взять.

Выполнить эти задачи можно лишь при условии создания такой внутренней системы учета стоимости ресурсов, свидетельствующей об их возвратности и не ограничивающейся лишь прямыми процентными затратами, а включающей плату за поддержание ликвидности и резервирования.

Именно эти принципы должны быть заложены в базовую математическую модель, описывающую финансовую политику коммерческого банка.

Практическая ценность динамического моделирования политики коммерческого банка состоит в потенциальной возможности прогнозирования начинающегося несоответствия в структуре рассматриваемой системы. Структурные изменения системы могут возникнуть в случае внутреннего конфликта между элементами. Определение момента попадания элементов системы в область структурных конфликтов служит поводом для разработки и внедрения новых социальных технологий позволяющих воздействовать на спрос, не допуская снижения его темпа роста.

Принципы моделирования сложных динамических систем моделями на основе линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) заложены в [1]. В данном исследовании использована методика построения моделей экономических систем на основе линейных ОДУ, разработанная и апробированная в [2-4]. Ее суть основана на построении системы балансовых уравнений для исследуемой подсистемы взаимодействия контрагентов, с последующим переходом к системе линейных ОДУ.

Рассмотрим структуру проектируемой математической модели. По-видимому, модель кредитно-депозитной политики коммерческого банка должна быть двухуровневой, так как коммерческий банк по своей сути является нижним звеном банковской системы. На верхнем (первом) уровне находится Центральный банк Российской Федерации. Однако построение и анализ сложной иерархической модели банковской системы выходит за рамки данной статьи. Поэтому вначале рассмотрим структуру математической модели основных финансовых показателей коммерческого банка. Данная модель должна отражать динамику формирования привлеченных ресурсов, их распределения и возврата. Следовательно, искомая модель должна включать два обыкновенных дифференциальных уравнения:

- первое уравнение – динамика формирования распределенных ресурсов банка  $R_p$  ;
- второе – динамика формирования возвратных ресурсов банка  $R_e$  .

Следует заметить, что выручка, получаемая кредитным учреждением, включает две составляющие. Первая из них – это возвратные ресурсы, вторая – проценты по распределенным ресурсам. Очевидно, что возвратные ресурсы формируют налогооблагаемую прибыль банка, поскольку в банк возвращаются привлеченные ресурсы и проценты от их размещения.

Поскольку распределенные ресурсы формируются на базе привлеченных, вначале составим уравнение баланса денежных средств для привлеченных ресурсов. В результате получим:

$$R_{np} = R_{цб} + R_{фл} + R_{юл} + R_{ко} , \quad (1)$$

где  $R_{цб}$  – ресурсы коммерческого банка, привлеченные за счет ЦБ;  $R_{фл}$  – ресурсы коммерческого банка, привлеченные за счет физических лиц;  $R_{юл}$  – ресурсы коммерческого банка, привлеченные за счет юридических лиц;  $R_{ко}$  – ресурсы коммерческого банка, привлеченные за счет кредитных организаций.

Тогда уравнение баланса денежных средств для распределенных ресурсов можно записать в виде:

$$R_p = j_1 R_{np} + j_2 R_{оп} , \quad (2)$$

где  $j_1$  – доля привлеченных ресурсов, распределенных за рассматриваемый интервал времени;  $j_2$  – доля банковских резервов, распределенных за рассматриваемый интервал времени;  $R_{оп}$  – банковские резервы за рассматриваемый интервал времени.

Отнесем все слагаемые (2) к интересующему нас в ОДУ временному интервалу, например, к одному дню. Для этого разделим (2) на  $m_0$  – число дней в рассматриваемом интервале времени. В результате (2) преобразуется к виду:

$$\frac{R_p}{m_0} = \frac{1}{m_0} [j_1 R_{np} + j_2 R_{op}]. \quad (3)$$

Запись  $\frac{dR_p}{dt}$  в левой части (3) и перенос  $\frac{R_p}{m_0}$  в его правую часть приво-

дят к искомому линейному ОДУ:

$$\frac{dR_p}{dt} = \frac{1}{m_0} [-R_p + j_1 R_{np} + j_2 R_{op}]. \quad (4)$$

Данный методический прием позволяет осуществлять переход к динамическому рассмотрению объема распределенных ресурсов банка за интересующий исследователя промежуток времени. Любые изменения в правой части (4) на рассматриваемом интервале времени будут влиять и на его левую часть  $\frac{dR_p}{dt}$ , увеличивая или уменьшая ее на скорость изменения функции  $R_p$ .

Используя рассмотренный выше подход, запишем линейное ОДУ, описывающее процесс изменения возвратных ресурсов в коммерческом банке. В результате сформируем уравнение баланса возвратных денежных средств:

$$R_g = (1 - j_3)(1 + s)R_p, \quad (5)$$

где  $j_3$  – доля невозвратных ресурсов из их распределенного объема;  $s$  – средняя доходность распределенных ресурсов за рассматриваемых промежутков времени.

Применим тот же методический прием для (5), что и рассмотренный выше для (2). В результате получим дифференциальное уравнение возвратных ресурсов в виде:

$$\frac{dR_g}{dt} = \frac{1}{m_0} [-R_g + (1 - j_3)(1 + s)R_p]. \quad (6)$$

Поскольку в линейных ОДУ (4) и (6) динамические переменные уже упорядочены, запишем искомую систему в виде:

$$\begin{cases} \frac{dR_p}{dt} = & -\frac{1}{m_0} R_p & + \frac{1}{m_0} [j_1 R_{np} + j_2 R_{op}] \\ \frac{dR_g}{dt} = & -\frac{1}{m_0} R_g & + \frac{1}{m_0} (1 - j_3)(1 + s)R_p \end{cases}, \quad (7)$$

с начальными условиями:

$$R_p(0) = R_{p.0}; \quad R_g(0) = R_{g.0}, \quad (8)$$

при ограничении:

$$R_{p0} \geq R_{p \min}, \quad (9)$$

где  $R_{p.0}$  и  $R_{g.0}$  – резерв банка и свободные денежные средства в банке в начальный момент времени,  $R_{p \min}$  – минимально допустимый уровень резерва

банка.

В представленном виде (7)-(9) математическая модель позволяет анализировать в динамике важные показатели деятельности кредитного учреждения. Однако, ей присущ некоторый недостаток – отсутствие возможности учета доходности от размещенных средств в чистом виде и невозможность контроля прибыли банка.

Следовательно, модификация системы (7)-(9) должна включать в себя построение третьего ОДУ, моделирующего динамику чистой прибыли  $R_n$ . Запишем баланс финансовых ресурсов, формирующих прибыль коммерческого банка:

$$R_n = R_e - Z_n - (1+d)R_p, \quad (10)$$

где  $Z_n$  – постоянная часть затрат коммерческого банка;  $d$  – инвестиционная доходность коммерческого банка.

По рассмотренной выше методике построим ОДУ, моделирующее динамику прибыли коммерческого банка:

$$\frac{dR_n}{dt} = \frac{1}{m_o} [-R_n + R_e - (1+d)R_p - Z_n]. \quad (11)$$

Объединение линейных дифференциальных уравнений (4), (6) и (11) приводит нас к искомой системе:

$$\begin{cases} \frac{dR_e}{dt} = -\frac{1}{m_b} R_e + \frac{1}{m_b} (1-j_3) sR_p \\ \frac{dR_p}{dt} = -\frac{1}{m_b} R_p + \frac{1}{m_b} (j_1 R_{np} + j_2 R_{op}) \\ \frac{dR_n}{dt} = \frac{1}{m_o} R_e - \frac{1}{m_o} (1+d)R_p - \frac{1}{m_o} R_n - \frac{1}{m_o} Z_n \end{cases} \quad (12)$$

с начальными условиями:

$$R_p(0) = R_{p,0}; \quad R_e(0) = R_{e,0}; \quad R_n(0) = R_{n,0}, \quad (13)$$

при ограничении:

$$R_{p,0} \geq R_{p,\min}, \quad (14)$$

где  $R_{n,0}$  – прибыль банка в начальный момент времени.

Решения систем (7)-(9) и (12)-(14) представляют собой сумму частного и общего решения [5]. Частные решения или предельные значения находятся методом Гаусса или Крамера [5] из условия стационарности процесса. Общее решение системы находится численным методом Рунге-Куты или аналитическими методами, описанными в [1, 3, 5].

На основании изложенного можно констатировать, что разработана математическая модель кредитно-депозитной политики репрезентативного коммерческого банка, позволяющая оценивать в динамике изменение прибыли, распределенных и возвратных банковских ресурсов под влиянием различных внутренних и внешних факторов. Предложенная модель является достаточно простой, однако, она позволяет описывать различные варианты развития коммерческого банка в зависимости от всех практически значимых (включенных в модель) факторов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Сидельников В.И., Мирская С.Ю. Математическое моделирование автономных систем теплового снабжения. Монография. – Ростов-на-Дону: СКНЦ ВШ, 2004. – 167 с.
2. Бородина И.П. Системы управления рекламными коммуникациями фирмы. Ростов-на-Дону, Изд-во РБПХЛ СП РФ, 2004. – 125 с.
3. Мирская С.Ю. Математические модели теплоснабжения зданий с автономным источником тепла// Дис. на соиск. ученой степени кандидата физико-математических наук, ЮГИНФО РГУ, Ростов-на-Дону, 2003. – 130 с.
4. Мирская С.Ю., Сидельников В.И., Бородина И.П. Оценка влияния рекламы на формирование потребительского спроса // Изв. вузов. Сев. – Кавк. регион. Естественные науки, 2004. – Приложение № 6 . – С. 13-18.
5. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1976. – 576 с.