

Байдак В.Ю.,
докторант кафедры математического моделирования экономических процессов Финансового университета при правительстве РФ,
г. Москва
valentina_baidak@mail.ru

МЕТОДОЛОГИЯ ПРИСВОЕНИЯ РЕЙТИНГА БАНКАМ ГРАНИЧНЫМ МЕТОДОМ

Данная статья посвящена описанию методологии нахождения меры эффективности функционирования банков и присвоения банковских рейтингов на основе их кластеризации с помощью методов граничной эффективности. В статье излагаются основы построения кластеров банков и соответствующие критерии кластеризации. В конце статьи приведен пример использования рассмотренных методов.

Ключевые слова: банковский рейтинг, эффективность.

Given article is devoted the description of a design procedure of a measure of efficiency of functioning of banks and constructions of bank ratings on the basis of them кластеризации by means of a method of boundary efficiency. In article construction bases banks clusters and corresponding clusters criteria are stated. In the end of article the example of use of the considered technique is resulted.

Keywords: a bank rating, efficiency.

Рейтингование банков представляется собой процесс присвоения рейтингов банкам по ключевым показателям их деятельности. Рейтинг сам по себе это тоже определенный показатель или индикатор, отображающий важность или значимость определенного объекта или явления. Многие отечественные и международные рейтинговые агентства имеют собственные разработанные методики рейтингования банков. Широко известны американская рейтинговая система оценки банков CAMELS (первоначально CAMEL), методика Banki.ru, методика Кроманова, методики агентств Moody's и Standard&Poor's и другие.

В данной статье предлагается методология присвоения рейтингов банкам на основе их кластеризации с помощью метода граничной эффективности DEA. Это своего рода конструктор, позволяющий на основе заданного алгоритма кластеризации с помощью меры эффективности банков, рассчитанной методом DEA, разбивать всю выборку банков на кластеры со схожими особенностями функционирования и по соответствующему кластеру значению эффективности присваивать рейтинги банкам.

В методе DEA исследуемая организация называется DMU – лицо, принимаемое решение. Это могут быть банки, больницы, школы, транспортные организации и другие однотипные организации. Определим DMU как самостоятельную хозяйственную единицу - юридическое лицо, которое преобразовывает

определенное число ресурсов в продукты посредством определенного производственного процесса.

Пусть имеется n DMU: DMU1, DMU2..., DMUn. Для каждого из этих DMUj, $j = 1, \dots, n$, входы и выходы отображены следующим образом:

1. Числовые данные для каждого входа и выхода должны быть положительными для всех DMU.

2. Желательно при наименьшем числе входов получить наибольшую величину продуктов.

3. Единицы измерения различных входов и выходов могут быть несопоставимы.

Пусть теперь у каждого DMU имеется m входов (ресурсов) и s выходов (продуктов). Тогда вектор входов для j -го DMU примет вид $(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj})$, а вектор выходов $(y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{sj})$ соответственно.

Данные входов и выходов образуют для всех DMU матрицы X и Y размером $m \times n$ и $s \times n$ соответственно.

Мера эффективности для DMU – это отношение между произведенными продуктами и затраченными на их производство ресурсами.

Расширим меру относительной банковской эффективности, введением многократного ресурса и многократного продукта в виде линейной комбинации ресурсов и продуктов с соответствующими им весами. В полученной мере общей эффективности числитель и знаменатель представляют собой соответственно суммы произведений многократных (ресурсов) входов и многократных продукций (выходов) на соответствующие им веса.

Введенная таким образом мера эффективности o -го банка как DMU $_o$ является основным критерием моделей DEA:

$$\frac{\text{множественный продукт}}{\text{множественный ресурс}} = \frac{u_1 y_{1o} + \dots + u_s y_{so}}{v_1 x_{1o} + \dots + v_m x_{mo}}$$

где v_r и u_i , $r=1, \dots, m$; $i=1, \dots, s$, - веса входов и выходов соответственно.

Каждому DMU назначают лучший набор весов со значениями, которые могут измениться от одного DMU к другому. Метод DEA позволяет каждому DMU принимать свой собственный набор весов, таким образом, максимизируя свою собственную наилучшую эффективность по сравнению с другими DMU.

Аналитическая запись основной модели DEA - CCR – для o -го DMU, $o=1, \dots, n$, имеет вид:

$$\theta = \frac{u_1 y_{1o} + \dots + u_s y_{so}}{v_1 x_{1o} + \dots + v_m x_{mo}} \rightarrow \max$$

при ограничениях

$$\frac{u_1 y_{1j} + \dots + u_s y_{sj}}{v_1 x_{1j} + \dots + v_m x_{mj}} \leq 1, j = 1, \dots, n$$

$$u_1, \dots, u_s \geq 0,$$

$$v_1, \dots, v_m \geq 0.$$

Критерием эффективности модели ССР является мера эффективности θ DMU, которая находится из максимизации задачи нелинейного программирования, в которой ограничения означают, что отношение "многократной продукции" к "многократному ресурсу" не должно превысить 1 для каждого DMU. При решении задачи оптимизации из выборки выделяются DMU с максимальным значением θ^* , которые образуют эффективную границу (оболочку), а остальные DMU оказываются «окутанными» этой оболочкой и образуют производственный набор значений.

Преимущества метода кластеризации состоят в том, что каждый раз банк относится в получающийся кластер, который заранее не predetermined, что свидетельствует об относительной объективности группировки банков по выбранным критериям. Критерием ранжирования банков является мера эффективности банков DEA. Она зависит от используемого подхода к оценке эффективности и спецификации входов и выходов банков.

Кластерный анализ используется для того, чтобы классифицировать все банки (n DMU) в группы пэров (банк, у которой достигается высокая оценка эффективности, считается эталоном для данной группы), т.е. разделить все множество производственных значений данной выборки банков на группы пэров или на множества элементарных исходов.

Подход объединения в кластеры методом DEA применяется к группам данных (ресурсам и продуктам банка) и к раскрытию информации об особенностях структуры данного набора данных.

Информация, полученная из «классических» подходов объединения в кластеры, может показать, что одна DMU подобна другой. Однако, более важной информацией, которую мы хотим получить, являются особенности производства (функции), полученные из данных всех DMU, то есть $F(X, Y, u, v) = 0$. В зависимости от этих полученных функций производства f_1, f_2, \dots, f_n все n банков могут быть классифицированы в различные группы (по виду функции производства). Поэтому, каждый банк не только знает группу, которой принадлежит, но также и тип функции производства, которая ему соответствует.

Идея кластеризации банков как DMU методом DEA состоит в том, чтобы использовать соответствующие им функции производства для их группировки. В этом исследовании каждая линейно - кусочная область эффективной границы будет расценена как один кластер функций производства. Таким образом, мы предлагаем новый подход группировки банков, принимая во внимание функции производства, связывающие банковские продукты и ресурсы. Для каждого кластера определяется соответствующая ему мера средней эффективности, которая и является критерием ранжирования банков в порядке убывания эффективности от максимально возможного значения, равного 1, до нуля.

Методология, используемая DEA, является «неявной» теорией функции производства, так как $F_k(X, Y, u, v)$ – функция, описывающая функционирование k -го банка, где X и Y - данные его входов и выходов соответственно, u, v – неизвестные соответствующие им веса.

Фактически, мы можем видеть, что классическая модель ССР использует функцию производства, которая преобразовывает многократные входы в многократные продукции. Очевидно, что левая часть системы неравенств $uY - vX$ модели ССР соответствует системе функций производства $F(X, Y, u, v)$. Решение модели ССР приводит к действительным весам u и v . Таким образом, общий вид производственных функций будет иметь вид $uY - vX = 0$. Модель ССР позволяет найти функции производства для всех банков выборки. Следовательно, все банки могут быть классифицированы в группы по типу функций производства. Таким образом, метод объединения банков как DMU в кластеры с использованием функций производства методом DEA может быть осуществлен.

Для построения системы рейтингования необходимо:

1. Для каждого банка определяется вид функциональной зависимости, описывающей его деятельность согласно выбранной спецификации. Устанавливается соответствие между банками и их производственными функциями.

2. Каждой уникальной производственной функции соответствует кластер, содержащий соответствующие банки.

3. Для каждого кластера определяется эффективность, которая и является рейтингом соответствующих кластеру банков.

Рассмотрим пример кластеризации 20 DMU с двумя входами и одной продукцией. Упрощенные данные DMU (вход1, вход2, выход1) заданы следующим образом:

DMU1(1;1; 5); DMU2(2; 3; 1), DMU3(3; 2; 1), DMU4(5; 1; 1), DMU5(2; 5; 1);
 DMU6(3; 4; 1), DMU7(3; 8; 1), DMU8(4; 8; 1), DMU9(5; 9; 1), DMU10(4; 10; 1);
 DMU11(6; 5; 1), DMU12(7; 5; 1), DMU13(7; 4; 1), DMU14(7; 3; 1), DMU15(8; 4;
 1); DMU16(9; 2; 1), DMU17(10; 3; 1), DMU18(11; 3; 1), DMU19(10; 1; 1),
 DMU20(11; 2; 1).

Используя модель ССР, найдем меру эффективности каждой DMU_i (Eff_i) и оптимальные веса v_1^* , v_2^* , u_1^* .

Таблица 1. Результаты расчета меры эффективности 20 DMU с двумя входами и одним выходом

	Virtual multipliers			Efficiency ratio (Eff_k)	Evaluated by the frontier of
	v_1^*	v_2^*	u_1^*		
DMU ₁ (1,5,1)	2/7	1/7	1	1.0000000	$y = 2/7x_1 + 1/7x_2$
DMU ₂ (2,3,1)	2/7	1/7	1	1.0000000	$y = 2/7x_1 + 1/7x_2$
	1/5	1/5	1		$y = 1/5x_1 + 1/5x_2$
DMU ₃ (3,2,1)	1/7	2/7	1	1.0000000	$y = 1/7x_1 + 2/7x_2$
	1/5	1/5	1		$y = 1/5x_1 + 1/5x_2$
DMU ₄ (5,1,1)	1/7	2/7	1	1.0000000	$y = 1/7x_1 + 2/7x_2$
DMU ₅ (2,5,1)	2/9	1/9	7/9	0.7777778	$y = 2/7x_1 + 1/7x_2$
DMU ₆ (3,4,1)	1/7	1/7	5/7	0.7142857	$y = 1/5x_1 + 1/5x_2$
DMU ₇ (3,8,1)	1/7	5/70	1/2	0.5000000	$y = 2/7x_1 + 1/7x_2$
DMU ₈ (4,8,1)	1/8	5/80	7/40	0.4375000	$y = 2/7x_1 + 1/7x_2$
DMU ₉ (5,9,1)	2/19	1/19	7/19	0.3684211	$y = 2/7x_1 + 1/7x_2$
DMU ₁₀ (4,10,1)	1/9	5/90	7/18	0.3888889	$y = 2/7x_1 + 1/7x_2$
DMU ₁₁ (6,5,1)	1/11	1/11	5/11	0.4545455	$y = 1/5x_1 + 1/5x_2$
DMU ₁₂ (7,5,1)	5/60	5/60	5/12	0.4166667	$y = 1/5x_1 + 1/5x_2$
DMU ₁₃ (7,4,1)	2/30	2/15	7/15	0.4666667	$y = 1/7x_1 + 2/7x_2$
DMU ₁₄ (7,3,1)	1/13	2/13	7/13	0.5384615	$y = 1/7x_1 + 2/7x_2$
DMU ₁₅ (8,4,1)	5/80	1/8	7/16	0.4375000	$y = 1/7x_1 + 2/7x_2$
DMU ₁₆ (9,2,1)	1/13	2/13	7/13	0.5384615	$y = 1/7x_1 + 2/7x_2$
DMU ₁₇ (10,3,1)	5/80	1/8	7/16	0.4375000	$y = 1/7x_1 + 2/7x_2$
DMU ₁₈ (11,3,1)	1/17	2/17	1/17	0.4117647	$y = 1/7x_1 + 2/7x_2$
DMU ₁₉ (10,1.5,1)	0	2/3	2/3	0.6666667	$y = x_2$
				(0.53846)	Re-evaluated by $y = 1/7x_1 + 2/7x_2$
DMU ₂₀ (11,2,1)	0	1/2	1/2	0.5000000	$y = x_2$
				(0.4666667)	Re-evaluated by $y = 1/7x_1 + 2/7x_2$

Найденные три различные производственные функции образуют эффективную границу $PF(1) = y - 2/7x_1 - 1/7x_2 = 0$, $PF(2) = y - 1/7x_1 - 2/7x_2 = 0$ и $PF(3) = y - 1/5x_1 - 1/5x_2 = 0$. Получены 3 кластера:

Cluster I: DMU1, DMU2, DMU5, DMU7, DMU8, DMU9, DMU10,

Cluster II: DMU2, DMU3, DMU6, DMU11, DMU12,

Cluster III: DMU3, DMU4, DMU13, DMU14, DMU15, DMU16, DMU17, DMU18, DMU19, DMU20.

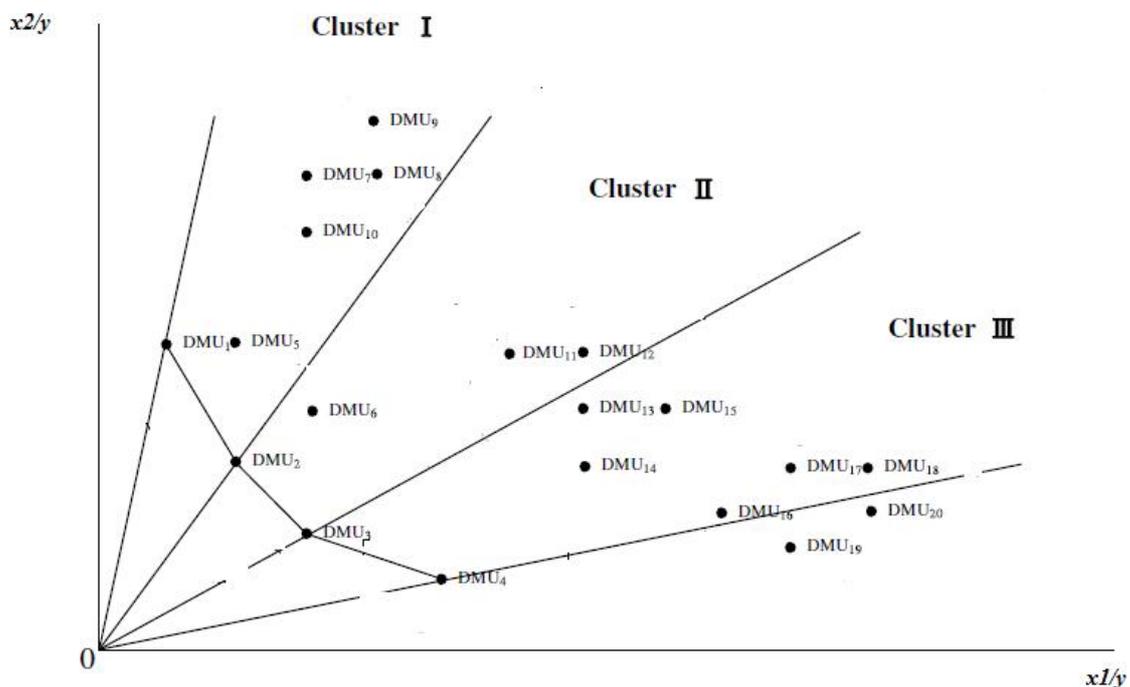


Рис. 1. Результаты кластеризации методом DEA

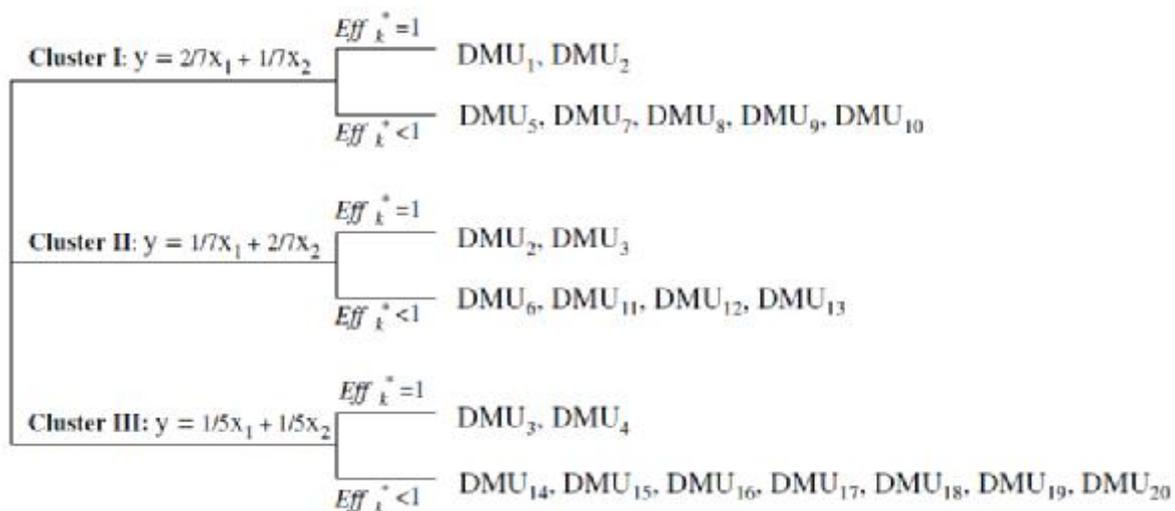


Рис. 2. Дендрограмма результатов кластеризации

Рассмотрим кластеризацию банков РФ за 2008г.

Согласно подхода DEA, банки, которые попадали на линейно-кусочные границы, параллельные осям координат (нулевые множители в производственной функции), были классифицированы в группы, наиболее близкие к эффективной границе. Определенным расстоянием группирующий подход игнорирует особенности отношений входов и выходов, а рассматривает их в сумме как многократные признаки.

Таблица 2. Модели 1-5, используемые для кластеризации банков

Модель	Входы	Выходы	Число кластеров	Средняя Eff
1x2 подход посредничества	1. депозиты	1. ссуды 2. беспроцентный доход	145 (2 крупных)	5%
2x2 подход посредничества	1. депозиты 2. основные фонды	1. ссуды 2. беспроцентный доход	47 (1 крупный)	13,8%
2x2 подход производства	1. расходы на выплату % 2. беспроцентный расход	1. доход в виде % 2. беспроцентный доход	56 (1 крупный)	36,6%
3x3 подход посредничества	1. депозиты 2. основные фонды 3. расходы персонала	1. ссуды 2. другие доходные активы 3. вне балансовые обязательства	145 (2 крупных)	38%

4x4 подход комбинированный	1. депозиты 2. беспроцентный расход 3. резервы по сомнительным долгам 4. расходы на выплату %	3. ссуды 1. беспроцентный доход 2. чистый процентный доход + доход в виде % 3. другие доходные активы	17 (6 крупных)	50,5%
-------------------------------	--	--	-------------------	-------

Полученные кластеры, оценивающие техническую эффективность деятельности банков РФ, отражают влияние внешних инструментов экономического воздействия на деятельность банков (в частности, нормативов Банка РФ). Управляя нормой резервирования, Банка РФ одновременно оказывает влияние на уровень прибыльности коммерческих банков, повышая либо понижая стоимость ресурсов, объем кредитов и депозитов.

Производственные функции, задающие кластер, определяются качеством кредитов и депозитов коммерческого банка, а, следовательно, и нормами резервирования, установленных регулятором. Величина кредитно-депозитной эмиссии и всей денежной массы банка в целом прямо пропорциональна размеру привлеченных коммерческими банками депозитов и находится в обратной зависимости от норматива резервных требований, установленного Банком России. Изменение уровня норматива резервирования влияет на группировку банков в меньшей степени, чем объем кредитов и депозитов, что может позволить нам судить о постоянстве кластеров (надежности группировки).

Полученные результаты дают правлению банка инструмент для внутреннего регулирования деятельности банка, повышения качества ее управления (улучшение входов или выходов, перемещения банка в кластер с желаемой эффективностью). Повышать эффективность управления каждого конкретного банка можно путем его перемещения в «лучший» кластер.

Таким образом, результаты кластеризации отражают механизм макроэкономического управления деятельностью коммерческого банка и служат инструментом внутреннего управления его деятельностью.

Список литературы:

1. Ali Emrouznejad, Barnett R. Parker, Gabriel Tavares. Evaluation of research in efficiency and productivity: A survey and analysis of the first 30 years of scholarly literature in DEA, Socio-Economic Planning Sciences 42 (2008) 151–157.
2. Tavares G. A bibliography of Data Envelopment Analysis (1978–2001). RUTCOR, Rutgers University, 2002.

Приложение. Результаты кластеризации банков РФ за 2008 г. по модели 4x4

№ кластера	№ банка (сайт cbg.ru)	Производственная функция	Сред. Eff кластера
1.	[495]	$0.7.y1 + 0.005.y2 + 60.y3 + 4.y4 - 0.4.x1 - 4.x2 - 300.x3 - 20.x4$	0,240
2.	[957]	$7.y1 + 0.1.y2 + 600.y3 + 40.y4 - 3.x1 - 50.x2 - 3000.x3 - 200.x4$	0,252
3.	[198]	$60.y1 + 0.5.y2 + 6000.y3 + 400.y4 - 30.x1 - 400.x2 - 30000.x3 - 2000.x4$	0,277
4.	[363]	$1.y1 + 0.009.y2 + 100.y3 + 7.y4 - 0.6.x1 - 7.x2 - 500.x3 - 30.x4$	0,309
5.	[295]	$4.y1 + 0.03.y2 + 400.y3 + 20.y4 - 2.x1 - 20.x2 - 2000.x3 - 100.x4$	0,310
6.	[272]	$4.y1 + 0.09.y2 + 400.y3 + 30.y4 - 2.x1 - 30.x2 - 2000.x3 - 100.x4$	0,322
7.	[670, 759, 769]	$9.y1 + 0.08.y2 + 900.y3 + 60.y4 - 5.x1 - 60.x2 - 4000.x3 - 200.x4$	0,362
8.	[22]	$2.y1 + 0.05.y2 + 200.y3 + 10.y4 - 1.x1 - 20.x2 - 1000.x3 - 60.x4$	0,366
9.	[367]	$4.y1 + 0.03.y2 + 400.y3 + 30.y4 - 2.x1 - 30.x2 - 2000.x3 - 100.x4$	0,383
10.	[833, 13, 42, 46, 50, 84, 98, 112, 123, 137, 139, 146, 150, 184, 191, 202, 205, 213, 221, 234, 237, 239, 270, 289, 299, 301, 304, 322, 347, 355, 370, 388, 446, 486, 494, 515, 522, 528, 564, 579, 595, 604, 616, 620, 631, 632, 639, 714, 722, 726, 729, 736, 749, 766, 778, 804, 806, 807, 820, 829, 835, 846, 854, 862, 863, 880, 889, 907, 908, 925, 945, 953, 970, 973, 979, 984, 986, 990, 991]	$3.y1 + 0.05.y2 + 200.y3 + 20.y4 - 1.x1 - 20.x2 - 1000.x3 - 70.x4$	0,450

11.	[426, 5, 7, 9, 23, 29, 30, 31, 34, 36, 45, 51, 53, 55, 75, 77, 79, 81, 86, 87, 95, 114, 119, 120, 125, 149, 151, 168, 171, 177, 180, 190, 192, 223, 241, 243, 244, 255, 257, 259, 261, 268, 293, 294, 296, 312, 313, 316, 318, 329, 334, 340, 351, 369, 374, 377, 381, 386, 393, 396, 398, 415, 420, 423, 427, 430, 437, 443, 445, 450, 454, 469, 470, 480, 497, 501, 502, 503, 506, 518, 521, 524, 525, 531, 532, 541, 542, 550, 551, 569, 580, 581, 586, 589, 591, 596, 598, 603, 617, 635, 636, 642, 643, 644, 650, 651, 661, 662, 665, 673, 677, 678, 683, 691, 697, 703, 704, 711, 713, 719, 725, 734, 747, 750, 763, 764, 781, 786, 793, 794, 800, 801, 802, 815, 826, 827, 832, 834, 836, 838, 842, 850, 859, 868, 870, 872, 873, 892, 909, 939, 950, 960, 962, 966, 977, 983, 995, 1000, 1002, 1004]	$3. y^l + 0.008y^2 + 70. y^3 + 1. y^4 - 0.7 x^l - 0.9 x^2 - 500. x^3 - 20. x^4$	0,478
12.	[15, 14, 26, 33, 39, 62, 74, 76, 88, 89, 92, 94, 111, 122, 128, 166, 182, 188, 216, 225, 226, 248, 249, 251, 258, 266, 311, 330, 332, 362, 378, 385, 401, 410, 421, 444, 455, 462, 492, 512, 516, 529, 530, 534, 552, 567, 568, 575, 584, 588, 614, 653, 655, 656, 668, 694, 699, 708, 709, 721, 746, 782, 783, 785, 789, 796, 831, 844, 849, 855, 865, 867, 874, 887, 893, 913, 928, 972, 978, 988]	$0.3 y^l + 0.3 y^2 + 400. y^3 + 40. y^4 - 0.1 x^l - 50. x^2 - 2000. x^3 - 100. x^4$	0,486
13.	[942, 1, 16, 18, 21, 27, 28, 35, 40, 43, 44, 48, 60, 67, 68, 69, 70, 71, 73, 80, 82, 83, 85, 90, 93, 100, 106, 110, 113, 116, 121, 127, 129, 131, 134, 140, 142, 147, 152, 153, 154, 155, 157, 158, 160, 161, 162, 164, 167, 176, 178, 183, 186, 187, 194, 195, 203, 204, 206, 208, 209, 210, 214, 219, 220, 222, 229, 236, 240, 242, 245, 254, 256, 262, 269, 274, 276, 277, 278, 283, 285, 290, 298, 302, 305, 307, 308, 309, 310, 319, 324, 325, 326, 327, 328, 337, 338, 339, 349, 353, 364, 373, 390, 391, 392, 394, 407, 408, 411, 412, 414, 419, 429, 435, 442, 452, 457, 458, 460, 461, 466, 471, 473, 475, 478, 479, 483, 489, 490, 500, 514, 523, 537, 538, 539, 547, 549, 555, 558, 559, 571, 576, 585, 587, 590, 593, 600, 602, 606, 610, 611, 622, 626, 628, 629, 640, 646, 647, 660, 664, 666, 681, 686, 688, 689, 690, 695, 707, 710, 723, 737, 739, 742, 745, 753, 760, 761, 762, 767, 771, 777, 784, 792, 795, 797, 798, 799, 803, 805, 809, 816, 818, 821, 824, 828, 837, 839, 840, 845, 847, 848, 851, 858, 861, 864, 869, 876, 878, 879, 885, 886, 890, 891, 894, 898, 900, 901, 910, 911, 912, 918, 922, 926, 930, 933, 935, 936, 937, 938, 944, 946, 952, 958, 961, 964, 965, 967, 968, 969, 971, 975, 976, 987, 992, 993, 994, 997, 998]	$2. y^l + 0.02y^2 + 300. y^3 + 20. y^4 - 1. x^l - 20. x^2 - 1000. x^3 - 80. x^4$	0,495

14.	[275, 624, 3, 4, 8, 11, 12, 20, 24, 41, 47, 63, 101, 102, 105, 107, 108, 103, 133, 138, 141, 145, 159, 174, 179, 196, 199, 207, 231, 232, 235, 261, 264, 271, 281, 282, 292, 300, 306, 317, 320, 321, 336, 346, 350, 351, 372, 395, 409, 438, 448, 459, 465, 477, 481, 493, 499, 508, 509, 510, 519, 535, 540, 544, 554, 556, 560, 561, 594, 599, 619, 627, 633, 634, 641, 649, 652, 659, 663, 669, 675, 680, 682, 693, 698, 705, 706, 710, 717, 731, 735, 738, 741, 743, 752, 765, 780, 787, 790, 810, 811, 812, 817, 830, 857, 860, 881, 882, 883, 895, 914, 920, 921, 927, 929, 934, 947, 996, 1003]	$3.yI + 0.02y^2 + 300.y^3 + 20.y^4 - 2.xI - 20.x^2 - 1000.x^3 - 80.x^4$	0,503
15.	[224, 6, 10, 37, 54, 57, 58, 59, 64, 72, 78, 99, 103, 117, 118, 124, 130, 131, 136, 143, 144, 163, 165, 169, 170, 172, 173, 185, 193, 197, 201, 212, 227, 230, 233, 252, 267, 280, 287, 288, 303, 314, 344, 359, 360, 371, 379, 384, 387, 399, 403, 416, 418, 428, 432, 434, 436, 456, 472, 474, 484, 485, 487, 488, 496, 513, 526, 527, 543, 545, 553, 557, 563, 566, 572, 573, 574, 582, 592, 609, 612, 613, 623, 637, 645, 654, 657, 672, 679, 687, 701, 712, 715, 744, 754, 755, 758, 770, 772, 773, 776, 812, 814, 819, 823, 825, 843, 871, 875, 896, 899, 906, 915, 916, 919, 924, 931, 940, 941, 943, 949, 955, 959, 974, 980, 981, 982, 985, 1001]	$20.yI + 0.9y^2 + 300.y^3 + 9.y^4 - 0.08xI - 40.x^2 - 8000.x^3 - 100.x^4$	0,555
16.	[382, 238, 315, 343, 365, 504, 505, 601, 607, 730, 932, 989, 999]	$3.yI + 0.2y^2 + 700.y^3 + 70.y^4 - 3.xI - 60.x^2 - 4000.x^3 - 200.x^4$	0,702
17.	[618, 61, 211, 333, 383, 389, 400, 405, 449, 451, 463, 464, 498, 517, 520, 548, 565, 597, 667, 671, 727, 732, 756, 757, 788, 903]	$1.yI + 0.09y^2 + 200.y^3 + 30.y^4 - 0.2xI - 40.x^2 - 7000.x^3 - 3.x^4$	0,756