

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОДВИЖЕНИЯ В МОДЕЛИ КУРНО СОТРУДНИЧЕСТВА И КОНКУРЕНЦИИ

В данной статье рассмотрена классическая модель сотрудничества и конкуренции, впервые предложенная родоначальником математического направления в политической экономии Курно (Антуан Огюст, 1801-1877) более 150 лет назад (в 1838г., см. например [1]). В этой модели достаточно хорошо можно интерпретировать вопросы сотрудничества между двумя фирмами или организации специального режима работы одной фирмы. Рассматриваются как хорошо известные вопросы — так и совершенно новые, не отраженные в литературе. Получены неожиданные результаты, не замеченные до сих пор.

§1. Работа двух фирм на рынке одного товара

Рассмотрим две фирмы, выпускающие один и тот же товар. Пусть затраты i -й фирмы ($i = 1, 2$) при выпуске x_i равны $\alpha_i x_i$ (таким образом, α_i есть себестоимость выпуска одной единицы товара).

Произведенный обеими фирмами товар в количестве $x = x_1 + x_2$ поступает на общий рынок. Цена на товар на этом рынке линейно падает в зависимости от поступающего на рынок общего его количества x , т. е.

$$p(x) = c - bx,$$

где $c, b > 0$.

Следовательно, прибыль i -й фирмы за цикл (выручка минус затраты на производство) вычислится по формуле

$$(1) \quad W_i(x_1, x_2) = x_i(c - bx) - \alpha_i x_i = bx_i(d_i - (x_1 + x_2)),$$

где $d_i = (c - \alpha_i)/b$.

Поведение каждой фирмы определяется ее стремлением максимизировать свою прибыль.

Для упрощения будем далее полагать, что $d_1 = d_2 = d$, и длительность цикла у обеих фирм равна единице времени, что значительно упрощает выкладки, не меняя сути дела.

Из этого соглашения вытекает, что фирмы стремятся максимизировать свою прибыль, получаемую за цикл, что, тоже самое, за единицу времени.

Допустим, что первая фирма узнала стратегию второй, т. е. объем ее выпуска. Тогда она выбрала бы свой выпуск из условия максимизации своей прибыли. Для нахождения этого максимума следует решить уравнение

$$\frac{\partial W_1}{\partial x_1} = b(d - (x_1 + x_2)) - bx_1 = 0.$$

Откуда находим:

$$(2) \quad x_1^* = \frac{d - x_2}{2}.$$

Аналогично бы действовала вторая фирма, т. е. выбрала бы свой выпуск в объеме

$$(3) \quad x_2^* = \frac{d - x_1}{2}.$$

Итак, в классической модели (случай работы двух фирм на рынке одного товара) задача максимизации прибыли решается формулами (2) и (3).

На этом закончим описание классической модели и перейдем к случаю, когда на рынке работает одна фирма.

§2. Работа с перерывом одной фирмы на рынке одного товара

Предположим, что на рынке работает одна фирма, которая за цикл (или за единицу времени) производит определенный товар в количестве x единиц. Иначе говоря, x можно считать мощностью производства данной фирмы.

При выпуске продукции x получаемая фирмой прибыль вычислится формулой

$$(4) \quad P(x) = bx \cdot (d - x)$$

(см. вывод формулы (1)).

Рассмотрим следующий режим работы фирмы: *первую половину цикла она выпускает $\frac{x}{2}$ единиц товара, тем самым сохраняя свою мощность x , а вторую половину цикла ничего не делает.* Назовем такой режим *работой с перерывом*. При такой работе за весь цикл прибыль, согласно формуле (4), составит

$$P_1(x) = \frac{bx}{2} \cdot \left(d - \frac{x}{2}\right).$$

Теперь выясним может ли прибыль $P_1(x)$ при работе с перерывом быть больше прибыли $P(x)$ при обычной работе за весь цикл. Для этого следует решить неравенство

$$\frac{bx}{2} \cdot \left(d - \frac{x}{2}\right) > bx \cdot (d - x).$$

Решая полученное квадратное неравенство, учитывая, что из экономических соображений должно быть $x > 0$, получим

$$x > \frac{2}{3}d.$$

Итак, мы пришли к следующему неожиданному заключению.

Вывод 1. *Если фирма достаточно мощная, способная за цикл заполнить не менее $2/3$ рынка, то ей выгоднее работать с перерывом.*

Для обобщения последнего вывода рассмотрим следующий режим работы фирмы: *разделим весь цикл производства на n равные части и предположим, что на первом промежутке цикла длиной $\frac{1}{n}$ фирма выпускает $\frac{x}{n}$ единиц товара, тем самым сохраняя свою мощность x , а в остальное время цикла она не работает.* Такой режим работы назовем *работой с n -кратным перерывом.*

При таком режиме работы прибыль фирмы, согласно формуле (4), составит

$$P_n(x) = \frac{bx}{n} \cdot \left(d - \frac{x}{n}\right).$$

Здесь возникает естественный вопрос: может ли прибыль $P_n(x)$ быть больше прибыли $P(x)$ при обычной работе за весь цикл. Для этого следует решить неравенство

$$P_n(x) > P(x).$$

Учитывая, что $x > 0$, легко получить решение этого неравенства:

$$x > \frac{n}{n+1}d.$$

Итак, справедливо следующее заключение.

Вывод 2. *Если фирма достаточно мощная, способная за цикл заполнить не менее $\frac{n}{n+1}$ части рынка, то ей выгоднее работать с n -кратным перерывом.*

§3. Работа с перерывом двух фирм на рынке одного товара

Если антимонопольного законодательства нет, то фирмы вполне могут объединиться и образовать монополию. Этот случай исследован в классической модели, поэтому мы исследуем случаи другого сотрудничества.

Рассмотрим следующий режим работы двух фирм: *первую половину производственного цикла работает только 1-я фирма (2-я не работает), а вторую половину цикла работает только 2-я фирма (1-я не работает).* При этом предполагаем, что фирмы сохраняют свою мощность. Назовем такой режим «работой поодиночке».

Предложение 1. *Прибыль, получаемая монополией за цикл в режиме работы «поодиночке» больше, чем в режиме одновременной работы фирм. Эта прибыль максимальна, когда каждая из фирм имеет половинный от суммарного выпуск.*

Доказательство. Пусть x_1 и x_2 — выпуски фирм до их объединения в монополию, эти же выпуски фирмы имеют в режиме работы «поодиночке». Тогда прибыли фирм соответственно составят

$$W_1(x_1, x_2) = bx_1(d - x_1), \quad W_2(x_1, x_2) = bx_2(d - x_2).$$

Вычислим суммарную прибыль двух фирм:

$$\begin{aligned} (5) \quad W &= W_1 + W_2 = bx_1(d - x_1) + bx_2(d - x_2) = bd(x_1 + x_2) - b(x_1^2 + x_2^2) = \\ &= bdx - b[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2] = bdx - bx^2 + 2bx_1x_2 = bx(d - x) + 2bx_1x_2. \end{aligned}$$

Первое слагаемое — это прибыль монополии, когда фирмы работают одновременно и производят товар в количестве $x = x_1 + x_2$ единиц (суммарно). Второе слагаемое полученной формулы — это добавок, возникающий от режима работы «поодиночке».

Итак, мы доказали, что прибыль в режиме работы «поодиночке» больше прибыли режима одновременной работы фирм.

Напомним, что $x_1 + x_2 = x$. Известно, что произведение двух неотрицательных чисел, сумма которых постоянна, достигает максимума при их равенстве [3, с. 30-35], т. е. при $x_1 = x_2 = \frac{x}{2}$.

Предложение полностью доказано.

Из последнего предложения следует, что если фирмы могут поступиться своим «суверенитетом», то им надо разделить свой суммарный выпуск пополам и работать «поодиночке» — это будет наиболее выгодно.

Известно (см. классическую модель в [1] или в [2]), что максимальную прибыль (полная) монополия получает при суммарном выпуске $x = \frac{d}{2}$. Эта прибыль равна $b \cdot \frac{d}{2} \cdot \left(d - \frac{d}{2}\right) = \frac{bd^2}{4}$. Сравним эту прибыль с максимальной прибылью монополии, в которой обе фирмы работают поодиночке. Формула (5) показывает, что максимальный прирост равен $\frac{bx^2}{4}$. Теперь выясним, при каком суммарном выпуске x максимальная прибыль в режиме работы «поодиночке» больше, чем максимум при одновременной работе, т. е. когда справедливо неравенство

$$bx(d - x) + 2b(x/2)^2 > bd^2/4.$$

Решая это неравенство, получим $d - \frac{d}{\sqrt{2}} < x < d + \frac{d}{\sqrt{2}}$. Учитывая, что из экономических соображений должно быть $x < d$, окончательно имеем: $d - \frac{d}{\sqrt{2}} < x < d$.

Вывод 2. Если суммарный выпуск x находится в промежутке $(d - d/\sqrt{2}, d)$, то режим работы «поодиночке» с равным разделением суммарного выпуска пополам выгоднее режима монополии с оптимальным суммарным выпуском.

Экономический комментарий. Несмотря на простоту самой модели, это замечание позволяет понять некоторые нюансы конкурентной борьбы.

Прежде всего заметим, что в режиме работы «поодиночке» товар продается по более высокой цене, так что потребителю хуже. Иногда одна фирма покупает другую просто затем, чтобы не дать той возможности работать в полную меру. При том можно так организовать работу обеих фирм, например, в режиме «поодиночке», что суммарная прибыль будет больше, чем при одновременной работе фирм. А если суммарный выпуск будет в промежутке $(d - d/\sqrt{2}, d)$, то режим работы поодиночке при разделении суммарного выпуска поровну выгоднее монополии, даже при самом выгодном суммарном выпуске.

Добавление. Для случая 3-х фирм ситуация еще более сложная, но рассматривать это не будем.

Экономическое размышление. Содержание данной заметки наводит на мысли определенного экономического смысла. Вот возьмем ОПЕК. Как известно, это организация нефтеэкспортеров. Предлагается следующий режим работы. Страны-нефтеэкспортеры экспортируют нефть поочередно. Тем самым на нефть поддерживается очень высокая цена, а в случае поочередности работы каждая страна – член организации получает достаточную выручку за экспортируемую ею нефть. Подобные же соображения можно высказать по поводу стран – экспортеров газа (они тоже намереваются соорганизоваться) и т. п. Можно отметить, что такой режим работы нефтеэкспортеров встретит бешеное сопротивление стран – нефтеимпортеров. Указанный режим работы можно установить даже весьма мягкий: остальные страны не прекращают экспорт совсем, а лишь уменьшают его на небольшую величину, что в случае нефти достаточно для повышения цены на ее. Остается добавить, что договориться даже о таком мягком режиме нелегко. Это показывает длительное невступление России в ОПЕК и даже ее неучастие просто в согласованных действиях членов этой организации.

Подобные соображения касаются любых полимонопольных организаций. Особенно это касается организации работы специализированных холдингов, т. е. по сути объединений фирм, производящих примерно одинаковую продукцию. Именно к ним в первую очередь приложимы все выписанные выше соображения об организации работы «поодиночке».

Можно сказать, что данная заметка меняет сам взгляд на конкуренцию. В самом деле, незачем конкурировать фирмам, делящим рынок! Надо договориться об установлении режима работы «поодиночке». Но именно такая договоренность должна квалифицироваться антимонопольными органами, как картельный сговор и соответствующим образом преследоваться!

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- 1.Колемаев В.А. Математическая экономика.-М.: ЮНИТИ, 2002
- 2.Малыхин В.И. Математическое моделирование экономики. М:-УРАО,1998
- 3.Харди Г.Г и др. Неравенства, из-во “Иностранная литература”,М.,1948